ANÁLISE COMBINATÓRIA E BINÔMIO DE NEWTON

1. (Ufrj) Uma estante de biblioteca tem 16 livros: 11 exemplares do livro "Combinatória é fácil" e 5 exemplares de "Combinatória não é difícil".
Considere que os livros com mesmo título sejam indistinguíveis.
Determine de quantas maneiras diferentes podemos dispor os 16 livros na estante de modo que dois exemplares de Combinatória não é difícil nunca estejam juntos.

2. (Ufrrj) Deseja-se formar comissões de 5 pessoas de um grupo de 5 homens e 6 mulheres. Quantas comissões serão formadas se, em cada uma, haverá, no máximo, uma mulher?

3. (Fuvest-gv) As atuais placas de licenciamento de automóveis constam de sete símbolos sendo três letras, dentre as 26 do alfabeto, seguidas de quatro algarismos.
a) Quantas placas distintas podemos ter sem o algarismo zero na primeira posição reservada aos algarismos?
b) No conjunto de todas as placas distintas possíveis, qual a porcentagem daquelas que têm as duas primeiras letras iguais?

4. (Unicamp) O sistema de numeração na base 10 utiliza, normalmente, os dígitos de 0 a 9 para representar os números naturais, sendo que o zero não é aceito como o primeiro algarismo da esquerda. Pergunta-se:
a) Quantos são os números naturais de cinco algarismos formados por cinco dígitos diferentes?
b) Escolhendo-se ao acaso um desses números do item a, qual a probabilidade de que seus cinco algarismos estejam em ordem crescente?

5. (Uff) Cinco casais vão-se sentar em um banco de 10 lugares, de modo que cada casal permaneça sempre junto ao sentar-se.
Determine de quantas maneiras distintas todos os casais podem, ao mesmo tempo, sentar-se no banco.

6. (Uff) Três ingleses, quatro americanos e cinco franceses serão dispostos em fila (dispostos em linha reta) de modo que as pessoas de mesma nacionalidade estejam sempre juntas. De quantas maneiras distintas a fila poderá ser formada de modo que o primeiro da fila seja um francês?

7. (Uerj) Para montar um sanduíche, os clientes de uma lanchonete podem escolher:
- um dentre os tipos de pão: calabresa, orégano e queijo;
- um dentre os tamanhos: pequeno e grande;
- de um até cinco dentre os tipos de recheio: sardinha, atum, queijo, presunto e salame, sem possibilidade de repetição de recheio num mesmo sanduíche.
Calcule:
a) quantos sanduíches distintos podem ser montados;
b) o número de sanduíches distintos que um cliente pode montar, se ele não gosta de orégano, só come sanduíches pequenos e deseja dois recheios em cada sanduíche.

8. (Uff) Diogo precisa que sua mulher, Cristina, retire dinheiro no caixa eletrônico e manda entregar-lhe o cartão magnético, acreditando que ela saiba qual é a senha. Cristina, entretanto, recorda que a senha, composta de seis algarismos distintos, começa por 75 - os dois algarismos finais indicativos do ano em que se casou com Diogo; lembra, ainda, que o último algarismo da senha é ímpar.
Determine o tempo máximo necessário para Cristina descobrir a senha da conta de Diogo, caso ela gaste 10 segundos no teste de cada uma das possíveis senhas.

9. (Ufrj) Quantos números de 4 algarismos podemos formar nos quais o algarismo 2 aparece ao menos uma vez?

10. (Unicamp) Em uma festa para calouros estão presentes 250 calouros e 350 calouras. Para dançar, cada calouro escolhe uma caloura ao acaso formando um par. Pergunta-se:
a) Quantos pares podem ser formados?
b) Qual a probabilidade de que uma determinada caloura NÃO ESTEJA dançando no momento em que todos os 250 calouros estão dançando?

11. (Unicamp) Em um certo jogo são usadas fichas de cores e valores diferentes. Duas fichas brancas equivalem a três fichas amarelas, uma ficha amarela equivale a cinco fichas vermelhas, três fichas vermelhas equivalem a oito fichas pretas e uma ficha preta vale quinze pontos.
a) Quantos pontos vale cada ficha?
b) Encontre todas as maneiras possíveis para totalizar 560 pontos, usando, em cada soma, no máximo cinco fichas de cada cor.

12. (Uff) Niterói é uma excelente opção para quem gosta de fazer turismo ecológico. Segundo dados da prefeitura, a cidade possui oito pontos turísticos dessa natureza.
Um certo hotel da região oferece de brinde a cada hóspede a possibilidade de escolher três dos oito pontos turísticos ecológicos para visitar durante a sua estada. O número de modos diferentes com que um hóspede pode escolher, aleatoriamente, três destes locais, independentemente da ordem escolhida, é:
a) 8 b) 24
c) 56 d) 112
e) 336

13. (Ufrrj) Maria determinou o número de triângulos que pode se formar com os vértices de um polígono de 7 lados. Esse número encontrado por Maria é
a) 7. b) 21.
c) 28. d) 35.
e) 70.

14. (Unirio) Um grupo de 9 pessoas, dentre elas os irmãos João e Pedro, foi acampar. Na hora de dormir montaram 3 barracas diferentes, sendo que, na primeira, dormiram duas pessoas; na segunda, três pessoas; e, na terceira, as quatro restantes. De quantos modos diferentes eles se podem organizar, sabendo que a única restrição é a de que os irmãos João e Pedro NÃO podem dormir na mesma barraca?
a) 1260. b) 1225.
c) 1155. d) 1050.
e) 910.

15. (Unirio) O bufê de saladas de um restaurante apresenta alface, tomate, agrião, cebola, pepino, beterraba e cenoura.
Quantos tipos de saladas diferentes podem ser preparados com cinco desses ingredientes, de modo que todas as saladas contenham alface, tomate e cebola?
a) 4 b) 12
c) 8 d) 3
e) 6

16. (Uerj) Ana dispunha de papéis com cores diferentes. Para enfeitar sua loja, cortou fitas desses papéis e embalou 30 caixinhas de modo a não usar a mesma cor no papel e na fita, em nenhuma das 30 embalagens.
A menor quantidade de cores diferentes que ela necessitou utilizar para a confecção de todas as embalagens foi igual a:
a) 30 b) 18
c) 6 d) 3

17. (Uerj) Numa cidade, os números telefônicos não podem começar por zero e têm oito algarismos, dos quais os quatro primeiros constituem o prefixo.
Considere que os quatro últimos dígitos de todas as farmácias são 0000 e que o prefixo da farmácia Vivavida é formado pelos dígitos 2, 4, 5 e 6, não repetidos e não necessariamente nesta ordem.
O número máximo de tentativas a serem feitas para identificar o número telefônico completo dessa farmácia equivale a:
a) 6 b) 24
c) 64 d) 168

18. (Uff) Com as letras da palavra PROVA podem ser escritos x anagramas que começam por vogal e y anagramas que começam e terminam por consoante.
Os valores de x e y são, respectivamente:
a) 48 e 36. b) 48 e 72.
c) 72 e 36. d) 24 e 36.
e) 72 e 24.

19. (Puc-rio) O coeficiente de a^{13} no binômio $(a+2)^{15}$ é:
a) 105. b) 210.
c) 360. d) 420. e) 480.

20. (Unirio) No desenvolvimento de $(x+y)^n$, a diferença entre os coeficientes do 3° e do 2° termos é igual a 54. Podemos afirmar que o termo médio é o:
a) 3° b) 4°
c) 5° d) 6° e) 7°

GABARITO

1. 792 maneiras 2. 31 comissões 3. a) 158184000 b) 1/26 ≈ 3,85 %
4. a) 27.216 b) 1/216 5. 3840 maneira distintas 6. 34.560 maneiras
7. a) 186 b) 20 8. 1h45min 9. 3168 números 10. a) 87 500 pares b) 2/7
11. a) A branca vale 300, a amarela 200, a vermelha 40 e a preta 15.
b) (1 branca, 1 amarela e 4 pretas) ou (1 branca, 5 vermelhas e 4 pretas) ou (2 amarelas e 4 vermelhas) 12. [C] 13. [D] 14. [E] 15. [E] 16. [C] 17. [B] 18. [A] 19 [D] 20 [E]

PROGRESSÕES ARITMÉTICAS (P.A)

1. (Uerj) Observe a tabela de Pitágoras.

3	4	5
6	8	10
9	12	15
12	16	20
....	....	....

Calcule a soma de todos os números desta tabela até a vigésima linha.

2. (Uerj) Dois corredores vão se preparar para participar de uma maratona. Um deles começará correndo 8 km no primeiro dia e aumentará, a cada dia, essa distância em 2 km; o outro correrá 17 km no primeiro dia e aumentará, a cada dia, essa distância em 1 km. A preparação será encerrada no dia em que eles percorrerem, em quilômetros, a mesma distância.
Calcule a soma, em quilômetros, das distâncias que serão percorridas pelos dois corredores durante todos os dias do período de preparação.

3. (Uff) Determine o terceiro termo negativo da seqüência 198, 187, 176, ...

4. (Uff) Numa progressão aritmética, de termo geral a_n e razão r, tem-se $a_1=r=1/2$.
Calcule o determinante da matriz mostrada na figura adiante.

$$\begin{bmatrix} a_5 & a_4 \\ a_4 & a_{12} \end{bmatrix}$$

5. (Ufrj) Seu Juca resolveu dar a seu filho Riquinho uma mesada de R$300,00 por mês. Riquinho, que é muito esperto, disse a seu pai que, em vez da mesada de R$300,00, gostaria de receber um pouquinho a cada dia: R$1,00 no primeiro dia de cada mês e, a cada dia, R$1,00 a mais que no dia anterior. Seu Juca concordou, mas, ao final do primeiro mês, logo percebeu que havia saído no prejuízo. Calcule quanto, em um mês com 30 dias, Riquinho receberá a mais do que receberia com a mesada de R$300,00. Justifique.

6. (Ufrrj) Em uma biblioteca arrumaram-se os livros em uma prateleira de 12 linhas e 25 colunas. Para distribuir melhor os volumes considerou-se o critério peso, representado pela expressão P=i.j+150 gramas, sendo i a linha e j a coluna onde está localizado o livro.
Mas devido a um temporal, em que a água inundou a biblioteca através da janela, foi necessário retirar os volumes da última linha (próxima ao chão) e da última coluna (próxima à janela) para que não fossem destruídos.
Qual o peso total dos livros removidos devido a enchente?

7. (Unicamp) A ANATEL determina que as emissoras de rádio FM utilizem as freqüências de 87,9 a 107,9 MHz, e que haja uma diferença de 0,2 MHz entre emissoras com freqüências vizinhas. A cada emissora, identificada por sua freqüência, é associado um canal, que é um número natural que começa em 200. Desta forma, à emissora cuja freqüência é de 87,9 MHz corresponde o canal 200; à seguinte, cuja freqüência é de 88,1 MHz, corresponde o canal 201, e assim por diante. Pergunta-se:
a) Quantas emissoras FM podem funcionar [na mesma região], respeitando-se o intervalo de freqüências permitido pela ANATEL? Qual o número do canal com maior freqüência?
b) Os canais 200 e 285 são reservados para uso exclusivo das rádios comunitárias. Qual a freqüência do canal 285, supondo que todas as freqüências possíveis são utilizadas?

8. (Uff) Calcule o valor do número natural n que satisfaz a equação

$$\log_{10}(0,1) + \log_{10}(0,1)^2 + ... + \log_{10}(0,1)^n = -15$$

9. (Ufrj) Felipe começa a escrever números naturais em uma folha de papel muito grande, uma linha após a outra, como mostrado a seguir:

1										
2	3	4								
3	4	5	6	7						
4	5	6	7	8	9	10				
5	6	7	8	9	10	11	12	13		
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
....										
....										

Considerando que Felipe mantenha o padrão adotado em todas as linhas:
a) determine quantos números naturais ele escreverá na 50 linha;
b) determine a soma de todos os números escritos na 50 linha;
c) prove que a soma de todos os elementos de uma linha é sempre o quadrado de um número ímpar.

10. (Puccamp) Um pai resolve depositar todos os meses uma certa quantia na caderneta de poupança de sua filha. Pretende começar com R$5,00 e aumentar R$5,00 por mês, ou seja, depositar R$10,00 no segundo mês, R$15,00 no terceiro mês e assim por diante. Após efetuar o décimo quinto depósito, a quantia total depositada por ele será de
a) R$150,00 b) R$250,00
c) R$400,00 d) R$520,00 e) R$600,00

11. (Uerj) Uma seqüência de cinco átomos está organizada por ordem crescente de seus números atômicos, cujos valores são regidos por uma progressão aritmética de razão 4. Já o número de nêutrons desses mesmos átomos é regido por uma progressão aritmética de razão 5.

Se o átomo mais pesado pertence ao elemento ferro e o mais leve possui o número de prótons igual ao número de nêutrons, o número de massa do terceiro átomo da série é: a) 18 b) 20 c) 26 d) 38

12. (Ufpi) Se em uma Progressão Aritmética de razão positiva o produto dos três primeiros termos é 384 e a soma é 24, então o quarto termo é:
a) 0 b) 4 c) 8 d) 12 e) 16

13. (Ufrrj) Uma empresa madeireira, ao desmatar uma floresta, seguia este cronograma: - no primeiro dia - uma árvore derrubada;
- no segundo dia - duas árvores derrubadas;
- no terceiro dia - três árvores derrubadas e, assim, sucessivamente.
Para compensar tal desmatamento, foi criada uma norma na qual se estabelecia que seriam plantadas árvores segundo a expressão P=2D-1, sendo P o número de árvores plantadas e D o número de árvores derrubadas a cada dia pela empresa.
Quando o total de árvores derrubadas chegar a 1275, o total de árvores plantadas, de acordo com a norma estabelecida, será equivalente a
a) 2400. b) 2500. c) 2600. d) 2700. e) 2800.

14. (Ufrrj) Dez minutos após acender uma lâmpada, ela começou a piscar a cada três minutos. Tem-se a previsão de que após 100 piscadas, seguidas, a lâmpada queima.
Supondo que esta previsão esteja correta e que a lâmpada não foi desligada após ser acessa, pode-se afirmar que a lâmpada queimou após
a) 200 minutos do acendimento.
b) 10 horas e 21 minutos do acendimento.
c) 3 horas e 17 minutos do acendimento.
d) 4 horas e 31 minutos do acendimento.
e) 5 horas e 7 minutos do acendimento.

15. (Unirio) As idades inteiras de três irmãos formam uma P.A., e a soma delas é igual a 15 anos. A idade máxima, em anos, que o irmão mais velho pode ter é:
a) 10 b) 9 c) 8 d) 7 e) 6

GABARITO

1. 2520 2. 385 km 3. O 3° termo negativo é o $A_{22} = -33$ 4. det M = 11.
5. Em 30 dias, Riquinho receberá 1 + 2 + 3 + ... + 30 reais. Como 1 + 30 = 2 + 29 = ... = 15 + 16, temos 1 + 2 + 3 + ... + 30 = 15 × 31 = 465. Logo, Riquinho receberá R$165,00 a mais. R.: R$165,00
6. O peso total será de 7650g + 3300g = 10950g
7. a) 101 emissoras; canal de número 300. b) 104,9 MHz 8. n = 5
9. a) 99 b) 9.801
c) Seja q(n) a quantidade de números na n-ésima linha. Observando que a quantidade de números na 1 linha é 1, na 2 é 3, na 3 é 5, e assim sucessivamente, temos q(n) = 2n -1.
S = n + (n+1) + (n + 2) + ... + [n + q(n) -1]
S = q(n) . n + { 1 + 2 + ... + [q(n) -1] }
S = q(n) . n + { q(n). [(q(n) - 1]/2 }
Sabendo que q(n) = 2n - 1, vem $S = (2n -1)^2$.
10. [E] 11. [D] 12. [E] 13. [B] 14. [E] 15. [B]

PROGRESSÕES GEOMÉTRICAS (PG)

1. (Ufrj) Em uma PA não constante de 7 termos, com termo médio igual a 6, os termos 2°, 4° e 7° , nesta ordem, formam uma PG. Determine esta PA.

2. (Uerj) Em uma cidade, a população que vive nos subúrbios é dez vezes a que vive nas favelas. A primeira, porém, cresce 2% ao ano, enquanto a segunda cresce 15% ao ano.
Admita que essas taxas de crescimento permaneçam constantes nos próximos anos.
a) Se a população que vive nas favelas e nos subúrbios hoje é igual a 12,1 milhões de habitantes, calcule o número de habitantes das favelas daqui a um ano.
b) Essas duas populações serão iguais após um determinado tempo t, medido em anos.
Se t = 1/logx, determine o valor de x.

3. (Uerj) Numa reserva florestal foram computados 3.645 coelhos. Uma determinada infecção alastra-se de modo que, ao final do primeiro dia, há cinco coelhos infectados e, a cada cinco dias, o número total de coelhos infectados triplica.
a) Determine a quantidade de coelhos infectados ao final do 21° dia.
b) Calcule o número mínimo de dias necessário para que toda a população de coelhos esteja infectada.

4. (Ufrj) O número de bactérias em uma certa cultura dobra a cada hora. A partir da amostra inicial, são necessárias 24 horas para que o número de bactérias atinja uma certa quantidade Q. Calcule quantas horas são necessárias para que a quantidade de bactérias nessa cultura atinja a metade de Q.

5. (Ufrrj) Uma forte chuva começa a cair na UFRRJ formando uma goteira no teto de uma das salas de aula. Uma primeira gota cai e 30 segundos depois cai uma segunda gota. A chuva se intensifica de tal forma que uma terceira gota cai 15 segundos após a queda da segunda gota. Assim, o intervalo de tempo entre as quedas de duas gotas consecutivas reduz-se à metade na medida em que a chuva piora. Se a situação assim se mantiver, em quanto tempo, aproximadamente, desde a queda da primeira gota, a goteira se transformará em um fio contínuo de água?

6. (Unicamp) Suponha que, em uma prova, um aluno gaste para resolver cada questão, a partir da segunda, o dobro de tempo gasto para resolver a questão anterior. Suponha ainda que, para resolver todas as questões, exceto a última, ele tenha gasto 63,5 minutos e para resolver todas as questões, exceto as duas últimas, ele tenha gasto 31,5 minutos. Calcule:
a) O número total de questões da referida prova.
b) O tempo necessário para que aquele aluno resolva todas as questões da prova.

7. (Ufrj) z é um número complexo tal que $z^7 = 1$, $z \neq 1$.
Calcule: $1 + z + z^2 + z^3 + z^4 + z^5 + z^6$.

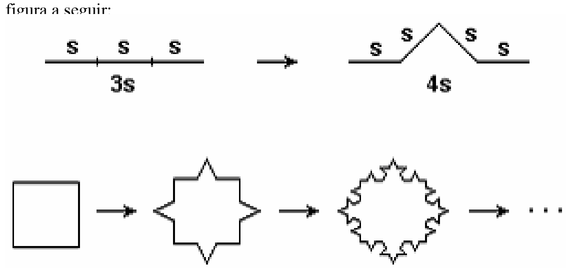
8. (Uff) A população de marlim-azul foi reduzida a 20% da existente há cinqüenta anos (em 1953). Considerando que foi constante a razão anual (razão entre a população de um ano e a do ano anterior) com que essa população decresceu durante esse período, conclui-se que a população de marlim-azul, ao final dos primeiros vinte e cinco anos (em 1978), ficou reduzida a aproximadamente:
a) 10% da população existente em 1953 b) 20% da população existente em 1953
c) 30% da população existente em 1953 d) 45% da população existente em 1953
e) 65% da população existente em 1953

9. (Fuvest) Um país contraiu em 1829 um empréstimo de 1 milhão de dólares, para pagar em cem anos, à taxa de juros de 9% ao ano. Por problemas de balança comercial, nada foi pago até hoje, e a dívida foi sendo "rolada", com capitalização anual dos juros. Qual dos valores a seguir está mais próximo do valor da dívida em 1989? Para os cálculos adote $(1,09)^8 \approx 2$.
a) 14 milhões de dólares. b) 500 milhões de dólares.
c) 1 bilhão de dólares. d) 80 bilhões de dólares.
e) 1 trilhão de dólares.

10. (Puccamp) Ao arremessar uma bola, verticalmente e para cima, uma atleta de ginástica rítmica desportiva perdeu o controle de uma bola que, ao descer, ela não conseguiu pegar. Essa bola, desce verticalmente e a cada choque com o solo, volta a subir e recupera apenas 2/3 da altura anterior. Considerando que a distância total percorrida por essa bola, desde o ponto mais alto até que pare, é igual a 23,70 m, a altura máxima que ela atingiu ao ser arremessada pela atleta é, em metros,
a) 2,38 b) 4,46
c) 4,74 d) 5,86 e) 7,90

11. (Uff) A empresa ACME concedeu a seus funcionários mensalmente, durante dois meses, um reajuste fixo de x% ao mês. Se ao final desses dois meses o reajuste acumulado foi de 21%, o valor de x é:
a) 10 b) 10,5
c) 11 d) 11,5 e) 21

12. (Uff) Certas imagens captadas por satélites espaciais, quando digitalizadas, são representadas por normas geométricas de aspecto irregular ou fragmentado, conhecidas por fractais. Podem-se obter tais fractais pela alteração da forma original e uma curva por meio de um processo em que os exultados de uma etapa são utilizados como ponto de partida para a etapa seguinte. Considere o processo tal que, em todas as tapas, cada segmento de reta é transformado em uma poligonal cujo comprimento é quatro vezes a terça parte do segmento original, como ilustrado na figura a seguir:



Por esse processo, a partir de um quadrado com 1 metro de lado, obtém-se a seqüência de figuras anterior.
O perímetro, em metro, do quinto polígono dessa seqüência é:
a) $4^4/3^3$ b) $4^4/3^5$
c) $4^5/3^4$ d) $3^5/4^5$ e) $3^4/4^4$

13. (Ufrrj) A seqüência (x, 6, y, z, 162) é uma Progressão Geométrica. É correto afirmar que o produto de x por z vale
a) 36. b) 72.
c) 108. d) 144. e) 180.

14. (Unirio) O número que deve ser subtraído de 1, de 11/8 e de 31/16 para que os resultados formem uma P.G., nesta mesma ordem, é:
a) 2 b) 1/2
c) $\vec{\varpi}$ d) 1/8 e) 1/16

15. (Unirio) Um sociólogo que estuda, há anos, a população de uma favela do Rio de Janeiro, chegou à conclusão de que a população dobra anualmente, devido aos problemas sociais e de migração interna. Sabendo-se que, em 1997, essa população era de 520 habitantes, e que a condição geográfica do local só suporta um máximo de 10.000 habitantes, essa mesma população deverá ser removida, no máximo, no ano de:
a) 1999 b) 2000
c) 2001 d) 2002 e) 2003

GABARITO

1. (3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)
2. a) 1.265.000 habitantes b) x = 115/102 1 ≈ 1,127
3. a) 405 coelhos b) 31 dias

4. De acordo com o enunciado, a população de bactérias cresce segundo uma PG. Chamando de Q_0 a população inicial (a_1) e sabendo que a razão desta PG é 2, o fenômeno pode ser descrito pelo seguinte modelo matemático:
$P(n) = Q_0 \cdot 2^n$,
onde P(n) representa a quantidade de bactérias no instante n (em horas).
De acordo com os dados, temos:
$P(24) = Q_0 \cdot 2^{24} \Leftrightarrow Q = Q_0 \cdot 2^{24}$. Queremos calcular o instante em que P(n) = Q/2.
Desse modo,
$Q/2 = Q_0 \cdot 2^n \Leftrightarrow Q_0 \cdot 2^{24}/2 = Q_0 \cdot 2^n$

$2^{23} = 2^n \longrightarrow n = 23$ horas.

5. Aproximadamente 1 minuto
6. a) 8 questões b) 127, 5 minutos 7. zero
8. [D] 9. [E] 10. [C] 11. [A] 12. [C] 13. [C] 14. [C] 15. [C]

PROBABILIDADES

1. (Unicamp) Considere o conjunto S= { n ∈ IN: $20 \le n \le 500$}.
a) Quantos elementos de S são múltiplos de 3 e de 7?
b) Escolhendo-se ao acaso um elemento de S, qual a probabilidade de o mesmo ser um múltiplo de 3 ou de 7?

2. (Puc-rio) Dois dados não viciados são jogados simultaneamente. Qual a probabilidade da soma ser 7 nessa jogada?

3. (Uerj) Em reportagem divulgada recentemente, realizada entre mulheres executivas brasileiras, constatou-se o fato de 90% dessas mulheres se sentirem realizadas com o trabalho que desenvolvem e de 20% delas almejarem a direção da empresa em que trabalham. Escolhendo-se aleatoriamente uma dessas executivas, determine a probabilidade de essa mulher não se sentir realizada no trabalho ou não querer assumir a direção da empresa em que trabalha.

4. (Uerj) Um campeonato de futebol será disputado por 20 times, dos quais quatro são do Rio de Janeiro, nas condições abaixo:
I - cada time jogará uma única vez com cada um dos outros;
II - todos farão apenas um jogo por semana;
III - os jogos serão sorteados aleatoriamente.
Calcule:
a) o menor número de semanas que devem ser usadas para realizar todos os jogos do campeonato;
b) a probabilidade de o primeiro jogo sorteado ser composto por duas equipes cariocas.

5. (Uerj) Uma pesquisa realizada em um hospital indicou que a probabilidade de um paciente morrer no prazo de um mês, após determinada operação de câncer, é igual a 20%.
Se três pacientes são submetidos a essa operação, calcule a probabilidade de, nesse prazo:
a) todos sobreviverem;
b) apenas dois sobreviverem.

6. (Uff) Seiscentos estudantes de uma escola foram entrevistados sobre suas preferências quanto aos esportes vôlei e futebol. O resultado foi o seguinte: 204 estudantes gostam somente de futebol, 252 gostam somente de vôlei e 48 disseram que não gostam de nenhum dos dois esportes.
a) Determine o número de estudantes entrevistados que gostam dos dois esportes.
b) Um dos estudantes entrevistados é escolhido, ao acaso. Qual a probabilidade de que ele goste de vôlei?

7. (Ufrj) Manuel e Joaquim resolveram disputar o seguinte jogo: uma bola será retirada ao acaso de uma urna que contém 999 bolas idênticas, numeradas de 1 a 999. Se o número sorteado for par, ganha Manuel, se for ímpar, Joaquim ganha. Isto foi resolvido após muita discussão, pois ambos queriam as pares.
Se todas as bolas têm a mesma probabilidade de serem retiradas, identifique quem tem mais chances de ganhar o Jogo. Justifique sua resposta.

8. (Ufrj) Um novo exame para detectar certa doença foi testado em trezentas pessoas, sendo duzentas sadias e cem portadoras da tal doença.
Após o teste verificou-se que, dos laudos referentes a pessoas sadias, cento e setenta resultaram negativos e, dos laudos referentes a pessoas portadoras da doença, noventa resultaram positivos.
a) Sorteando ao acaso um desses trezentos laudos, calcule a probabilidade de que ele seja positivo.
b) Sorteado um dos trezentos laudos, verificou-se que ele era positivo.
Determine a probabilidade de que a pessoa correspondente ao laudo sorteado tenha realmente a doença.

9. (Ufrj) n homens e n mulheres, $n \ge 1$, serão dispostos ao acaso numa fila. Seja P_n a probabilidade de que a primeira mulher na fila ocupe a segunda posição.
Calcule P_n e determine a partir de que valor de n tem-se
$P_n \le 11/40$.

10. (Ufrj) Uma caixa contém bombons de nozes e bombons de passas. O número de bombons de nozes é superior ao número de bombons de passas em duas unidades.
Se retirarmos, ao acaso, dois bombons dessa caixa, a probabilidade de que ambos sejam de nozes é 2/7.
a) Determine o número total de bombons.
b) Se retirarmos, ao acaso, dois bombons da caixa, determine a probabilidade de que sejam de sabores distintos.

11. (Uff) O produto 20. 18. 16. 14. ... 6. 4. 2 é equivalente a:
a) 20!/2 b) 2 . 10!
c) $20!/2^{10}$ d) 2^{10} . 10! e) 20!/10!

12. (Uerj) Numa sala existem cinco cadeiras numeradas de 1 a 5. Antônio, Bernardo, Carlos, Daniel e Eduardo devem se sentar nestas cadeiras. A probabilidade de que nem Carlos se sente na cadeira 3, nem Daniel na cadeira 4, equivale a:
a) 16% b) 54%
c) 65% d) 96%

13. (Uerj) Considere uma compra de lápis e canetas no valor total de R$ 29,00. O preço de cada lápis é R$ 1,00 e o de cada caneta é R$ 3,00. A probabilidade de que se tenha comprado mais canetas do que lápis é igual a:
a) 20% b) 50%
c) 75% d) 80%

14. (Uff) Gilbert e Hatcher, em "Mathematics Beyond The Numbers", relativamente à população mundial, informam que:
- 43% têm sangue tipo O;
- 85% têm Rh positivo;
- 37% têm sangue tipo O com Rh positivo.
Nesse caso, a probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso não ter sangue tipo O e não ter Rh positivo é de:
a) 9% b) 15%
c) 37% d) 63% e) 91%

15. (Unirio) A Organização Mundial da Saúde -OMS - pesquisou e concluiu que um casal sadio, em que os dois não sejam parentes consangüíneos (parentes em primeiro grau), ao gerar uma criança, pode apresentar o seguinte quadro probabilístico em relação a problemas congênitos: sexo masculino tem 2% de risco e sexo feminino, 3%. A probabilidade de um casal gerar um menino com doença congênita ou uma menina sadia é, em %, expressa por:
a) 0,485 b) 2,5
c) 49,5 d) 97,5 e) 99

16. (Fuvest) Ao lançar um dado muitas vezes, uma pessoa percebeu que a face 6 saía com o dobro de freqüência da face 1, e que as outras faces saíam com a freqüência esperada em um dado não viciado.
Qual a freqüência da face 1?
a) 1/3. b) 2/3.
c) 1/9. d) 2/9. e) 1/12.

17. (Fuvest) No jogo da sena seis números distintos são sorteados dentre os números 1, 2,....., 50. A probabilidade de que, numa extração, os seis números sorteados sejam ímpares vale aproximadamente:
a) 50 % b) 1 %
c) 25 % d) 10 % e) 5 %

GABARITO

1. a) 23 b) 206/481 2. 1/6
3. 82%
4. a) De acordo com o enunciado, o número de partidas é dado por:
$C_{20,2} = 20!/(18!2!) = 190$
Como são disputados 20/2 = 10 jogos por semana, o número mínimo de semanas utilizadas
será 190/10 = 19.
b) Seja o evento
A: jogo entre 2 equipes cariocas
Logo $n(A) = C_{4,2} = 4!/(2!2!) = 6$.
Portanto, como $n(\Omega) = C_{20,2} = 190$, temos:
$P(A) = n(A)/n(\Omega) = 6/190 = 3/95$.
5. a) 51,2% b) 38,4% 6. a) 96. b) 58%
7. Joaquim tem mais chances de ganhar o jogo, pois há 500 bolas com números ímpares e 499 bolas com números pares
8. a) P(positivo) = (90 +30)/300 = 120/300 = 2/5 ou 40%.
b) P(portador/positivo) = 90/(90 + 30) = 90/120 = 3/4 ou 75%.
9. $P_n = n / [\, 2 (2n - 1) \,]$; $n \ge 6$.
10. a) 22 b) 40/77 11. [D] 12. [C] 13. [A] 14. [A] 15. [C] 16. [C] 17.[B]